11. Aufgabenblatt: Analysis 1

Lehrkräfteweiterbildung, 14 Q, Sommer 2025

Dozent: Hans-Joachim von Höhne

Aufgabe 11.1 Seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktionen

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x, \quad g(x) = (x^2 - 3)e^{-x}.$$

- 1) Zeigen Sie, dass f streng monoton fallend ist.
- 2) In welchen Bereichen ist g monoton steigend bzw. monoton fallend.
- 3) Wo hat g lokale Extrema? (2 Lösungswege)

Aufgabe 11.2 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion $f(x) = x^3 - 2x + 1$.

Finden Sie für $a = -1$ und $b = 5$ ein $c \in]a, b[$ mit

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Aufgabe 11.3 Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes, dass für alle reellen Zahlen $0 < a < b$ folgende Ungleichung gilt.

$$\frac{b - a}{b} < \ln\left(\frac{b}{a}\right) < \frac{b - a}{a}$$

Aufgabe 11.4 Seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$$

Untersuchen Sie in Abhängigkeit von a und b , an welchen Stellen f lokale Extrema hat und welcher Art diese sind.